1 день: Уважаемые коллеги!

Рада (рад) приветствовать вас на сегодняшнем обучении, посвящённом новой программе и современным стратегиям преподавания математики начальной школы на основе *Кембриджа (Cambridge Primary Mathematics* **) сингапурской методики**.

Перед нами стоит важная задача — не просто дать детям знания, а научить их **думать как математики**, понимать суть, видеть взаимосвязи и применять навыки в жизни. Сегодня мы вместе пройдём путь от теории к практике: разберём структуру новой программы, обсудим методы и приёмы, попробуем себя в роли учеников, а главное — подумаем, **как адаптировать эти подходы к нашей школе и нашим детям**.

Я уверена (уверен), что среди нас — настоящие профессионалы, готовые к новому. Пусть это обучение станет для нас всех площадкой для роста, обмена опытом и вдохновения!

уважаемые коллеги, в *тренинге для учителей по начальной математике Кембриджа (Cambridge Primary Mathematics)*. предназначено для того, чтобы предложить подходы по внедрению начальной математики Кембриджа в вашей школе.

Тренинг включает:

- введение в курс начальной математики Кембриджа, включая обзор структуры и содержания учебной программы и тематического планирования;
- пошаговые рекомендации по процессу планирования;
- рекомендации по эффективному преподаванию начальной математики Кембриджа;
- рекомендации по созданию позитивной образовательной среды;
- рекомендации по мониторингу прогресса учащихся и анализу данных для определения следующих шагов в обучении и преподавании;
- информацию об оценивании, предоставляемой программой международного образования Кембриджа;

## 4 слайд по 7 слайд : Учебная программа по математике, начального уровня по программе Кембриджа до и после обновления 2020 г.

**Основные характеристики до 2012 года**

- **Ориентированность на содержание:** Основное внимание уделялось тому, что преподавать, а не тому, как учащиеся прогрессируют в понимании.
- **Меньше определённых этапов:** Структура была менее детализированной по стадиям прогресса.
- **Ограниченный акцент на навыки:** Хотя решение задач присутствовало, оно не было явно встроено во все области содержания.
- **Оценка:** Школы часто полагались на внутренние оценки или адаптированные национальные системы, так как тесты прогресса и контрольные точки Кембриджа ещё развивались.

**Основные изменения в 2020 году**

1. **Введение «Мышления и работы в математическом ключе» (TWM):**
    - Стало отдельной темой, а не подразумеваемым навыком.

- Акцент на исследовательском, активном обучении — учащиеся исследуют, делают предположения, рассуждают и общаются математически.
- Поощряет метапознание: учащиеся размышляют о своих стратегиях и решениях.

2. **Уточнённые содержательные темы:**
   - Пять исходных тем (Числа, Геометрия, Измерения, Обработка данных, Решение задач) были реорганизованы:
     - Числа и Геометрия & Измерения остались основными.
     - Статистика стала отдельной темой.
     - Решение задач интегрировано в «Мышление и работу в математическом ключе».
3. **Более чёткая прогрессия учебных целей:**
   - Цели переписаны для более явного отображения прогресса по стадиям.
   - Большая согласованность в языке и структуре между годами обучения.
4. **Больший акцент на применении:**
   - Задания и оценки теперь делают упор на реальные контексты и математические рассуждения.
   - Учащиеся поощряются обосновывать свои мысли и оценивать различные стратегии.
5. **Обновления в оценке:**
   - Тесты прогресса стали доступны ежегодно (ранее — раз в три года).

Контрольные тесты теперь оценивают только финальную стадию (стадия 6 или 9), а не охватывают три стадии.

### 8-слайд: 1.1 Учебная программа

*Учебная программа по начальной математике Кембриджа* представляет собой полный набор учебных целей для шести этапов обучения. Эта программа, как правило, предназначена для учащихся в возрасте от 5 до 11 лет, но её можно адаптировать и для других возрастов в зависимости от вашего контекста.

Учебные цели, представленные в программе, служат основой для организации преподавания и обучения. Они также предоставляют ориентир для оценки развития знаний, понимания и умений учащихся.

Учебные цели разделены на основные области обучения, называемые «направлениями»:

- **Числа**
- **Геометрия и измерения**
- **Статистика и вероятность**

Хотя каждое направление представлено отдельно, они тесно взаимосвязаны друг с другом.

- Компонент «**Математическое мышление и работа» (MMP)** встроен во все три направления программы. Это не отдельное направление. Цель компонента — помочь учащимся мыслить математически, чтобы они могли лучше понимать математические задачи и находить их решения.




Каждое направление делится на **«поднаправления»**, которые перечислены в приведённой выше схеме. Ниже приводится краткое описание каждого направления:

**Числа**

Учащиеся сначала знакомятся с числами и их свойствами через счёт предметов. Они узнают, что числа представляют собой количества. Они выявляют закономерности и последовательности объектов и чисел, что помогает им развивать первоначальные алгебраические представления.

По мере развития числового восприятия и распознавания числовых связей учащиеся начинают понимать важность **разрядности чисел**, **дробей** и **процесса вычислений**. Они развивают уверенность в вычислениях, сначала учась **оценивать** результаты, затем **производить вычисления в уме**, использовать **письменные стратегии**, а уже после этого проверять решения с помощью калькулятора.

Они исследуют **законы арифметики** и **порядок выполнения действий**, а также то, как это помогает упрощать вычисления.

Начиная с **этапа 4**, учащиеся начинают изучать **проценты**, **равенства между разными представлениями чисел** (например, дробями и десятичными дробями) и **отрицательные числа**. На **этапе 5** они знакомятся с **десятичными дробями**, **порядком выполнения действий**, **отношениями** и **пропорциями**.

**Геометрия и измерения**

Учащиеся исследуют геометрические связи в двух- и трёхмерных пространствах. Они используют математическую терминологию для описания геометрических свойств фигур. Они определяют горизонтальные, вертикальные и диагональные **оси симметрии**, а также **зеркальную** и **поворотную симметрию**.

Учащиеся исследуют **положение** и **направления**, чтобы описывать и интерпретировать движения с использованием **сторон света** (кардинальных направлений) и **порядковых обозначений**. Они также изучают относительное расположение **координат**. Начиная с **этапа 5**, они используют знания о двумерных фигурах и

координатах, чтобы **наносить точки на координатную плоскость**, **проводить линии** и **перемещать фигуры**.

Изучая измерения, учащиеся получают представление о различных **системах измерения** (длина, масса, вместимость, температура и время). Они развивают навык **оценки величин**, прежде чем производить **фактические измерения** и вычисления. Учащиеся исследуют взаимосвязи между **длиной**, **площадью** и **периметром**, начиная с простых двумерных фигур и переходя к **сложным составным фигурам**.

Через это направление учащиеся учатся **различать черчение и наброски**. При построении линий и фигур они должны использовать инструменты, такие как **линейки** и **угольники**, чтобы обеспечить точность свойств. При выполнении **набросков**, учащиеся понимают, что они являются **условными и неточными** представлениями.

## Статистика и вероятность

Учащиеся планируют и проводят **исследования**, анализируя **один или несколько наборов данных**. Они выявляют **сходства и различия** внутри набора данных и между наборами, чтобы ответить как на **статистические**, так и на **нестатистические** вопросы. Они обсуждают свои выводы и рассматривают **источники вариации**.

Это направление акцентирует внимание на **статистическом мышлении**, чтобы учащиеся могли понять и объяснить, **зачем мы используем данные**, **как данные варьируются** и **почему происходит эта вариация**. Учащиеся учатся **интерпретировать данные**, представленные в **диаграммах, таблицах, схемах и графиках**. Это полезный навык, который поможет им понимать информацию в реальной жизни, так как она часто представлена в графической форме.

Учащиеся проводят простые статистические исследования в рамках четырёхэтапного статистического цикла исследования**:**

9-слайд: **«Мышление и работа по-математически» (Thinking and Working Mathematically, TWM) — это уникальная новая особенность нашей программы по математике для начальной и средней школы Кембриджа.**

Как заставить учащихся действительно мыслить как математики? Этот вопрос стал отправной точкой для разработки компонента «Мышление и работа по-математически» (TWM) — одного из самых захватывающих новых элементов обновлённой программы по математике для начальной и средней школы Кембриджа.

Процесс мышления и работы по-математически побуждает учащихся обсуждать идеи с другими, оспаривать мнения и приводить доказательства, подтверждающие гипотезы и решения. Когда учащиеся думают и работают по-математически, они активно стремятся осмыслить идеи и строить связи между различными математическими фактами, процедурами и понятиями. Это поддерживает развитие навыков более высокого порядка, которые помогают учащимся смотреть на мир с математической точки зрения.

Всего существует восемь характеристик TWM, которые помогают учителям и учащимся развивать мышление и работу по-математически. Я ознакомлю вас с ними на следующих слайдах

Характеристики математического мышления и деятельности

Развитие понимания и умения рассуждать поддерживается через характеристики математического мышления и деятельности, которые пронизывают всю структуру программы. Основная цель — обеспечить активное и осознанное участие всех учащихся в процессах рассуждения в математике. Посредством этих процессов они устанавливают связи между математическими идеями и концепциями в различных контекстах и используют их для рассуждений и углубления математического

понимания. В рамках математического мышления и деятельности учащиеся формируют реляционное понимание, связывая факты, процедуры и концепции. Учащиеся понимают и применяют термины, относящиеся к математическому мышлению и деятельности, уверенно участвуя в этих процессах.

10-слайд: Восемь характеристик математического мышления и деятельности представлены в виде четырёх пар, которые взаимодействуют, образуя сеть, а не цепь, поддерживающую рассуждения и решение задач. Они основаны на идеях и исследованиях профессора Джона Мейсона. Эти характеристики включают:

- Специализация и обобщение
- Описание признаков и классификация
- Формулирование гипотез и убеждение
- Критический анализ и улучшение

Эти характеристики интегрированы в деятельность и задания на протяжении всей учебной программы. Высококачественные математические задачи и задания, особенно те, которые начинаются с низкого порога сложности,но имеют высокий потолок возможных результатов, охватывают более одной из этих характеристик. Важно,чтобы учащиеся уверенно обсуждали эти процессы, а характеристики обеспечивают язык, поддерживающий такой диалог. Каждая из этих характеристик опирается на ряд общих навыков, включая:

• Обсуждение и объяснение идей с ровесниками и другими

• Готовность пробовать новые идеи

• Обмен и соблюдение очередности в разговоре

• Уважение к идеям других

• Поддержка других в понимании математических идей

• Проявление настойчивости и упорства при работе с идеями, которые вызывают личные трудности

Однако существует также ряд более конкретных ключевых навыков, соответствующих каждой из приведённых ниже характеристик.

11-сайд:

Первая характеристика-конкретизация . конкретизация  часто является хорошей отправной точкой для размышления над математическим вопросом. Это означает рассмотрение более простого или знакомого примера. Цель специализации — не получить ответ как таковой, а обратить внимание на то, что вы делаете, чтобы распознать возможные связи.

Далее — обобщение, процесс, при котором не сосредотачиваются на одном конкретном примере, а пытаются увидеть связь между многими примерами.

TWM 3 — формирование предположений. Предположения — это продуманные идеи или догадки, которые могут оказаться неверными. Сделав предположение, учащиеся должны попытаться обосновать его математически.

Убеждение — это представление доказательств для обоснования или оспаривания математической идеи или решения. Развитие математического рассуждения включает попытку убедить сначала себя, а затем кого-то другого. Полезно, если человек, которого вы пытаетесь убедить, задаёт продуманные вопросы. Убеждение должно основываться на математических рассуждениях. Доказательства могут быть простыми (например, с использованием оборудования или рисунков) или сложными (с использованием алгебраической нотации).

Характеризация — это определение и описание математических свойств объекта. Учащиеся часто характеризуют математические формы, чтобы найти сходства и различия между ними.

Классификация — это организация объектов в группы по их математическим свойствам. Когда мы классифицируем, мы сортируем или группируем объекты на основе схожих характеристик.

Критика математических идей или решений — это размышление о том, что мы видим. Это также предоставляет возможность рассмотреть и обсудить альтернативные точки зрения. Критика побуждает учащихся думать глубже.

Наконец, совершенствование — важная характеристика, позволяющая размышлять, уточнять и развивать математические идеи и решения на основе критики от себя или других, чтобы найти более элегантные решения.

Вы заметите, что восемь характеристик сгруппированы в четыре пары. Каждая пара характеристик работает вместе и дополняет друг друга.

Однако не обязательно преподавать пары характеристик вместе, вы можете комбинировать их в одном уроке. Например, вы можете создать уроки, которые опираются на формирование предположений и совершенствование.

13-слайд

Точно считывать и записывать время в цифровом формате (12-часовом) и на аналоговых часах. Понимать разницу между временем и временным интервалом. Находить временные интервалы между одними и теми же единицами времени в днях, неделях, месяцах и годах.

- **Пример:** У животного нужно давать лекарство каждые 50 минут в течение дня. Первая доза в 8:00 утра. Покажите первые пять временных точек:
- 8:00, 8:50, 9:40, 10:30, 11:20. Спросите: «Замечаете ли вы закономерность во времени? Можете ли вы использовать эту закономерность, чтобы определить, когда дать следующую дозу?»
- Учащиеся демонстрируют обобщение, когда замечают закономерность и используют её для расчёта следующего времени.

14-слайд

**Пример**

5Gg.05 Определять и рисовать различные развертки (сети) куба.

Попросите учащихся нарисовать схему (развертку) куба. Затем попросите их сравнить свою развертку с разверткой другого ученика.

Спросите учащихся: одинаковые ли у вас развертки или разные?

Поощряйте учащихся обсудить свои наблюдения всем классом. Выберите разные пары учеников, чтобы они объяснили, что заметили при сравнении разверток. Учащиеся должны понять, что существует несколько способов правильно нарисовать развертку куба.

Покажите учащимся несколько разверток кубов, которые вы подготовили заранее. Продемонстрируйте, как они складываются в кубы.

Затем спросите учащихся, сколько разных возможных разверток существует для куба. После того как они запишут свои ответы, попросите их проверить, верны ли их предположения.

Спросите учащихся: как можно убедиться, что вы нашли все возможные развертки?

Учащиеся будут демонстрировать умение формулировать гипотезы (TWM3), когда они выдвигают идеи о том, сколько разверток куба можно нарисовать, и обосновывают свои идеи. Они будут демонстрировать умение убеждать (TWM4), когда рисуют свои развертки и показывают, что их можно сложить в куб.

16-слайд

**Пример**

**6Gg.01** Определять, описывать, классифицировать и делать наброски четырёхугольников, включая упоминание углов, симметрии, параллельных сторон и диагоналей.

Для этого задания учащиеся работают в парах.

Дайте каждому ученику лист бумаги и попросите его сложить пополам. На одной половине листа они должны нарисовать любой четырёхугольник, используя линейку и карандаш. На другой половине — написать список свойств этого четырёхугольника. Им следует указать как можно больше характеристик.

Теперь попросите учащихся разорвать лист пополам. Рисунок они должны спрятать, а список свойств отдать партнёру. Затем учащиеся пытаются нарисовать четырёхугольник партнёра, опираясь только на список его свойств.

После завершения попросите каждую пару сравнить новый рисунок с оригиналом. Пусть они обсудят, насколько точным был список свойств и почему рисунки совпали или не совпали.

Учащиеся продемонстрируют навык **описания признаков** (*characterising*, TWM5), когда будут определять несколько свойств, таких как параллельные стороны, симметрия, диагонали и углы, чтобы описать различные четырёхугольники.

17-слайд:

**Пример**

**3Sp.01** Использовать знакомые выражения, связанные с вероятностью, для описания событий, включая «это произойдет», «это не произойдет», «это может произойти».

Попросите учащихся придумать события, которые точно произойдут, которые точно не произойдут и которые могут произойти. Попросите их придумать как минимум два примера для каждого типа событий и записать каждый пример на отдельном листке бумаги.

Учащиеся продемонстрируют умение **специализировать** (*specialising*, TWM1), когда подберут примеры событий для каждого критерия.

Затем попросите учащихся обменяться своими листками с другим учеником. Попросите их рассортировать события партнёра по категориям: «точно произойдет», «точно не произойдет» или «может произойти». Попросите учащихся обсудить, правильно ли они отсортировали события.

Учащиеся продемонстрируют умение **классифицировать** (*classifying*, TWM6), когда будут сортировать события.

18-слайд:

**Пример**

**4Ss.01** Планировать и проводить исследование для ответа на статистические вопросы, учитывая, какие данные собирать (категориальные и дискретные данные).

Для этого задания учащиеся работают в парах.

Скажите учащимся, что рядом со школой собираются открыть новое кафе. Что хотел бы узнать владелец кафе? Учащиеся разрабатывают анкету, чтобы собрать эту информацию.

Учащиеся записывают вопросы для анкеты. Например:

- Какую еду и напитки люди хотят покупать?
- Сколько люди готовы платить за еду и напитки?
- Во сколько кафе должно открываться?
- Когда оно должно закрываться?

Теперь попросите учащихся обменяться анкетами с другой парой. Они отвечают на вопросы друг друга. Пока они это делают, они также делают заметки на анкете о любых проблемах, которые заметят.

Когда они закончат отвечать, анкеты возвращаются обратно. Каждая пара читает комментарии другой пары. Затем они дорабатывают свои вопросы, чтобы сделать анкету более эффективной.

Учащиеся продемонстрируют умение **критически анализировать** (*critiquing*, TWM7), когда будут оценивать анкету другой пары и объяснять обнаруженные проблемы. Они продемонстрируют умение **улучшать** (*improving*, TWM8), когда воспользуются советами другой пары для уточнения своих вопросов и создания более эффективной анкеты.

20-слайд:

Важно, чтобы учащиеся умели мыслить критически и творчески как математики. Поэтому мы рекомендуем преподавать курс Cambridge Primary Mathematics как отдельный предмет. Это поможет заложить прочную основу в виде особых знаний, понимания и навыков по математике, что позволит учащимся глубоко освоить предмет.

В Сингапуре есть учащиеся, у которых мало жизненного опыта, например, они никогда не бывали в супермаркете. Необходимо дать им возможность пережить такие ситуации и показать, как математические понятия связаны с ними и полезны в подобных контекстах.

Учащиеся должны получать возможности применять свои знания, понимание и навыки в максимально возможном числе различных контекстов. Это включает применение знаний из одного предмета в:

- другом предмете
- опыте за пределами формальной учебной программы (в дополнительной деятельности, такой как спортивные соревнования, театральные постановки, концерты, благотворительные акции)
- межпредметных проектах.

Создание связей между Cambridge Primary Mathematics и Cambridge Primary Global Perspectives особенно полезно для развития ключевых навыков исследования, анализа, оценки, рефлексии, сотрудничества и коммуникации. Помогая учащимся устанавливать такие связи, мы даём им возможность и уверенность мыслить более целостно.

Вот несколько примеров заданий, которые позволяют применять знания, понимание и навыки из Cambridge Primary Mathematics в контексте других предметов:

- **Наука (Science):** учащиеся используют навыки обработки данных, чтобы выбрать способ представления результатов научного исследования.
- **Искусство и дизайн (Art & Design):** учащиеся сначала исследуют особенности двумерных рисунков (например, формы, последовательности, симметрию). Затем они используют свои выводы как основу для собственного художественного дизайна. При создании трёхмерных моделей они должны применять эффективные стратегии измерений.

Межпредметные проекты дают учащимся возможность использовать знания, понимание и навыки из нескольких предметов одновременно. Например, в рамках проекта по созданию школьного огорода учащиеся применяют свои знания по науке, чтобы выяснить лучшие условия для роста здоровых растений (температура,

свет, вода). Для этого они планируют и проводят научные исследования, сравнивая скорость роста различных растений в разных условиях. Затем они используют математические навыки, чтобы выбрать наиболее подходящую статистическую форму представления данных и интерпретировать их. Наконец, учащиеся представляют свои результаты. Они могут, например, создать плакат, который суммирует полученные сведения о выращивании овощей. Либо они могут написать «Пособие для начинающих по выращиванию овощей» со списком инструкций.

Чтобы помочь вам выявить другие межпредметные связи и максимально эффективно использовать знания, понимание и навыки, изучаемые на других предметах, может быть полезным совместное планирование учителей вашей школы. Помните, что межпредметные занятия всегда должны быть направлены на достижение учебных целей одного или нескольких предметов для обеспечения эффективного обучения.

Групповая работа: 15 минут  учителя работают в группах

1 группу: Фермер имеет 24 метра забора, чтобы сделать загон для своих кур, и хочет предоставить им максимально возможное пространство. Как может выглядеть забор для его кур?

2 группу: Что происходит, когда складываешь два нечётных числа?

3 группу: Ромб бывает квадратом иногда, всегда или никогда?

4 группу:  Число 12 имеет делители 1, 2, 3, 4, 6 и 12, то есть всего 6 делителей. Однако число 8 имеет только делители1, 2, 4 и 8, то есть 4 делителя. Роза утверждает, что это означает, что у больших чисел больше делителей.

Учащиеся будут демонстрировать специализацию с объяснениями, включающими выбор примера и проверку его соответствия критериям

Например: конкретные примеры

• «Если я попробую прямоугольный загон со сторонами 5 м и 6 м, периметр будет 22 м, и у фермера останется забор, поэтому я могу попробовать сделать его больше.»

• «Если я попробую прямоугольный загон со сторонами 5 м и 7 м, периметр будет 24 м, и у фермера не останется забора.»

• «Прямоугольный загон со сторонами 5 м и 7 м имеет периметр 24 м и площадь 35 м $^2$.» «Квадратный загон со сторонами 6 м также имеет периметр 24 м, но площадь будет больше — 36 м $^2$.»

Здесь учащиеся использовали собственные конкретные примеры, выбранные для проверки соответствия критериям периметра в 24 м с целью получения наибольшей площади.

2. Сформировали обобщение на основе закономерности.

Фермер имеет 24 метра забора, чтобы сделать загон для своих кур, и хочет предоставить им максимально возможное пространство. Как может выглядеть загон для его кур?

Учащиеся продемонстрируют обобщение, когда установят связи между примерами, соответствующими кри-

териям, чтобы сформулировать правила или закономерности. Например:

• «Я обнаружил, что прямоугольник со сторонами 5 м и 7 м и квадрат со сторонами 6 м имеют одинаковый периметр — 24 м. Однако квадрат со сторонами 6 м обладает большей площадью — 36 м². Таким образом, при одинаковом периметре квадрат имеет большую площадь.»

Здесь учащиеся установили связь между своими примерами и сформировали обобщение на основе закономерности.

2 пример: Выдвижение гипотез и убеждение

Полезные фразы для учащихся, поддерживающие выдвижение гипотез:

Мне интересно, если я .....то ..... могло бы произойти.

Что может произойти, когда .....?

Я заметил .....поэтому мне интересно, если ..... ..

Пример:

Что происходит, когда складываешь два нечётных числа?

Учащиеся продемонстрируютвыдвижение гипотез,когда сформулируют собственный математический вопрос или идею.

Например:

• «Я думаю, что когда складываешь два нечётных числа, всегда ли получается чётное число?»

• «Я заметил, что когда я складываю 5 и 9, получается 14, которое является чётным числом, поэтому я считаю, что при сложении двух нечётных чисел всегда получается чётное число.» Интересно, верно ли это для всех чисел?»

Здесь учащиеся использовали числа, чтобы предложить идею и сформулировать собственную гипотезу.

Полезные фразы для учащихся, чтобы поддержать аргументацию:

Я знаю ....., потому что..... поэтому.....

.....объясняет ..... , потому что .....

Я знаю, потому что .....— это другой способ показать ..... .

Я могу изобразить это так .....чтобы убедиться, что ..... ..

Я не думаю, что .....верно, потому что .....

Пример:

Что происходит, когда складываешь два нечётных числа?

Учащиеся демонстрируют умение убеждать, когда приводят доказательства для обоснования или опровержения математической идеи. Например:

• «Я знаю, что все нечётные числа располагаются в массивах пар, но при этом остаётся один лишний элемент.»

«Поэтому, когда два нечётных числа складываются вместе, оставшийся один элемент образует ещё одну пару.»

«Это означает, что сумма двух нечётных чисел всегда будет числом, которое можно расположить в массивах пар.»

Здесь учащиеся использовали собственные примеры и доказательства, основанные на структуре нечётных чисел, чтобы обосновать, почему сумма двух нечётных чисел всегда является чётным числом.

3 пример: Характеристика и классификация

Полезные фразы для учащихся, поддерживающие характеристику:

Это то же самое, что и .....но это отличается от ..... .

Я замечаю, что .....отличается потому, что .....

.....выглядит как ..... ...

.....похож на ..... . потому что ..... .

Пример:

Ромб бывает квадратом иногда, всегда или никогда?

Учащиеся будут демонстрировать характеризацию , когда они определяют и описывают математические свойства фигур, объектов или чисел полезные фразы для учащихся, поддерживающие характеристику:

Это то же самое, что и .....но это отличается от ..... .

Я замечаю, что .....отличается потому, что .....

.....выглядит как ..... ...

.....похож на ..... . потому что ..... .

Пример:

Ромб бывает квадратом иногда, всегда или никогда?

Учащиеся будут демонстрировать характеризацию , когда они определяют и описывают математические свойства фигур, объектов или чисел.

4 пример: Критический разбор и совершенствование

Полезные фразы для учащихся для поддержки критического разбора:

..... ..... .....не ..... .

.....правильно, потому что .....

Я решил задачу, используя .....

Однако ты решил её, используя .....но твой способ был лучше, потому что ..... .

Преимущество .....было .....

Недостаток ..... ....был ..... ..

..... . ..... . .....не ..... ...

.....является хорошей идеей, потому что ..... .

.....интересно, потому что .....

Пример:

Число 12 имеет делители 1, 2, 3, 4, 6 и 12, то есть всего 6 делителей. Однако число 8 имеет только делители 1, 2, 4 и 8, то есть 4 делителя. Роза утверждает, что это означает, что у больших чисел больше делителей.

Учащиеся будут демонстрировать критический разбор при сравнении и оценке идей, решений или представлений, выявляя их преимущества и недостатки.

Например:

«Роза ошибается, поскольку она предположила, что у больших чисел больше делителей, однако существуют и другие большие числа, у которых делителей меньше. Если бы Роза рассмотрела другие примеры, она бы обнаружила, что, например, число 16 имеет меньше делителей. Число 16 имеет делители 1, 2, 4, 8, 16, то есть всего 5 делителей. Роза использовала всего два примера для подтверждения своей идеи, однако ей следовало рассмотреть больше примеров, чтобы убедиться, что эта закономерность не всегда верна.»

Здесь учащиеся оценили математическую идею, обнаружили её ошибочность и критиковали её метод опоры на два примера для подтверждения идеи.

Полезные фразы для учащихся, способствующие улучшению:

Если .....использовал(а) ..... . вместо этого было бы эффективнее.

Я могу изобразить это так .....вместо этого, и это означало бы .....

.....было бы ещё лучше, если бы ..... .

Я изменил(а) .....потому что ..... .. было более эффективно.

Пример:

Число 12 имеет делители 1, 2, 3, 4, 6 и 12, то есть всего 6 делителей. Однако число 8 имеет только делители 1, 2, 4 и 8, то есть 4 делителя. Роза утверждает, что у больших чисел больше делителей.

Предложите улучшение идеи Розы и её способа убеждения.

Учащиеся продемонстрируют улучшение , когда предложат уточнение математического подхода, идеи, решения или диаграммы.

Например:

• «Если бы Роза сказала, что у больших чисел не всегда больше делителей, она была бы права.»

• «Если бы Роза сказала, что это неверно, поскольку нечётные числа имеют меньше делителей, чем чётные, так

как они не делятся на 2, как чётные числа, тогда она сделала бы более точное утверждение.»

• «Если бы Роза использовала больше чисел, она смогла бы увидеть закономерность и сформулировать более обоснованную гипотезу.» Она бы заметила, что нечётные числа могут быть больше, но иметь меньше делителей, и поняла бы почему.

Здесь учащиеся усовершенствовали первоначальную математическую идею, предложив альтернативные утверждения или решения. Они также предложили улучшения в том, как Роза пыталась сформулировать гипотезу.

С помощью Программы начальной математики Marshall Cavendish эти стратегии помогают учащимся стать активными, инновационными, уверенными, рефлексивными и ответственными в изучении математики. Учащихся также поощряют к творческому математическому мышлению и мотивируют быть увлечёнными участниками собственного обучения. Они получают возможность повысить уверенность, улучшая математическую беглость и знание ключевых понятий. Учащиеся всё больше берут на себя ответственность за собственное обучение и обучение других, размышляя о развитии своих математических навыков, стратегий и концептуального понимания.

Их поощряют брать активную и ответственную роль, участвуя в окружающем их мире и обществе, в котором они живут.

Учащиеся становятся всё более инновационными, поскольку выражают математические идеи через письменные и устные представления понятий и стратегий. Они научатся уверенно использовать представления с помощью символов, диаграмм, эскизов и изображений. Это также позволяет им критически оценивать и совершенствовать свои представления, делая их более эффективными. Кроме того, учащиеся мотивированы уверенно использовать технологии таким образом, который способствует их собственному математическому обучению и пониманию.

Программа начальной математики Marshall Cavendish поддерживает всех учащихся, создавая инклюзивную среду, в которой каждый знает, что способен достичь математического понимания. Важно, чтобы все учащиеся принимали свои заблуждения и рассматривали их как положительные шаги в развитии рассуждений и понимания. Именно через выявление заблуждений мы развиваем более глубокое понимание математических понятий, а также их структуры и смысла.

С 23 по 32-слайды: Об Учебнике учащегося и Рабочей тетради

Серия Marshall Cavendish Cambridge Primary Mathematics (2-е издание) структурирована в соответствии с учебной программой Cambridge Primary Mathematics (0096). Учебник учащегося предназначен для использования совместно с Руководством для Учителя и служит основой для понимания, необходимого для Рабочей тетради.

Учебник учащегося обеспечивает учащихся прочным развитием понятий, новыми навыками Математического мышления и деятельности, критическим мышлением и эффективными навыками решения задач. Математические понятия представлены ясно и последовательно для облегчения их усвоения.

Учебник основан на подходе Concrete-Pictorial-Abstract и кумулятивной спиральной программе, что способствует глубокому концептуальному пониманию.

Рабочая тетрадь поддерживает развитие нового направления «Математическое мышление и деятельность» в рамках Кембриджской программы, а также аспект решения задач в педагогике Сингапура, предоставляя возможности для практики через понимание. Рабочие листы в рабочей тетради способствуют закреплению понятий и навыков, изучаемых в учебнике ученика.

Рабочий лист помогает учащимся овладеть понятиями и навыками черезтри уровня вопросов. Вопросы первого уровня требуют от учащихся воспроизведения основных математических понятий. Вопросы второго уровня предполагают применение математических принципов в различных ситуациях. Вопросы третьего уровня включают нестандартные задачи или реальные ситуации, требующие от учащихся критического или творческого мышления.

## Учебные ресурсы

Для начальной математики Кембриджа вам понадобятся только базовые математические ресурсы (например, бумага, карандаши, линейки и калькуляторы) для большинства занятий. Однако некоторые схемы работ предлагают использование конкретных ресурсов. Если у вас нет этих ресурсов, вы можете использовать свои собственные. Например, если у вас нет наборов трехмерных фигур, вы можете использовать упаковки от продуктов соответствующей формы.

Калькуляторы являются полезными учебными пособиями. Хотя учащимся нужно практиковаться в умственных и письменных вычислениях, калькуляторы могут помочь им заметить закономерности. Калькуляторы также полезны, когда учащиеся решают задачи, где вычисления без калькулятора отвлекают внимание от стратегий.

При правильном использовании калькуляторы могут помочь учащимся узнать о числах и системе вычисления. Используйте калькуляторы как учебное пособие для продвижения умственных вычислений и стратегий, а также для исследования математических закономерностей. Учащиеся должны понимать, когда лучше использовать калькуляторы для вычислений, а когда лучше считать в уме или письменно.



Поскольку согласно Международной программе образования Кембриджа оценивание на основе вычислений на калькуляторах включено на уровнях 5, 6, 7, 8 и 9, мы рекомендуем учащимся начинать использовать калькуляторы для выполнения и проверки вычислений с этапа 4. На этапах 5 и 6 учащиеся должны развивать эффективное использование калькуляторов, чтобы быть знакомыми с кнопками и функциями базового калькулятора в подготовке к этапу 7 и далее.

34 по 35 слайды: Конкретно-образный-абстрактный подход

С Жером Брунер — выдающийся американский психолог и педагог, один из ключевых создателей и популяризаторов концепции **Конкретно-образного-абстрактного подхода (Concrete-Pictorial-Abstract, CPA)** в обучении, особенно в математике.

## Кто такой Жером Брунер?

- Родился в 1915 году, умер в 2016.
- Работал в области когнитивной психологии и теории обучения.
- Считается одним из основателей когнитивной психологии и важным теоретиком педагогики.

## Его вклад в КОА-подход:

- Жером Брунер предложил, что обучение должно проходить через три стадии:
    1. **Конкретная стадия** — изучение с помощью манипуляций с реальными объектами.
    2. **Образная (визуальная) стадия** — использование моделей, рисунков, схематических изображений.
    3. **Абстрактная стадия** — освоение символов, формул и абстрактных понятий.
- Он считал, что только через последовательное прохождение этих стадий учащиеся смогут глубже понять и усвоить знания.

35-слайд:

Глубокое и концептуальное понимание математики формируется в этой серии через переход между конкретным,образным и абстрактным подходами. Эти подходы не являются односторонними, а взаимосвязаны во всей математике. Конкретные материалы

являются важным этапом в формировании понимания математических понятийна всех этапах обучения и во всех разделах программы. Раннее освоение таких понятий, как числа, происходитна основе реальных объектов, которые представлены манипулятивными ресурсами, отражающими основныематематические идеи и понятия. Например, реальные объекты, такие как подсчёт яиц в корзине, впоследствиимогут быть представлены счётными кубиками. Реальный объект математически представлен в виде более абстрактного конкретного ресурса, которым можно манипулировать и который можно показывать в изобразительном виде. Конкретные материалы и их изобразительные представления развиваются совместно, чтобы поддерживать понимание, которое формируется по этапно — от конкретного к изобразительному.

Математические ресурсы важны для обучения математике благодаря тем понятиям, которые они способны моделировать. Физические ресурсы позволяют учащимся взаимодействовать с объектами, представляющими математическую задачу или идею. Кубики Multilink, например, часто используются для счёта, а также собираются в группы по десять и сто, чтобы продемонстрировать понятие разрядности. Учащиеся могут использовать их для физического формирования групп из десятков и единиц. Для больших количеств можно использовать таблицы разрядов и фишки, чтобы представить структуру разрядного значения всех чисел. Учащиеся могут получить опыт использования этих материалов для физического представления счёта вперёд и назад, а также для добавления и удаления групп тысяч, сотен, десятков и единиц. Мы можем применять эти манипулятивные ресурсы для демонстрации многих понятий, которые в противном случае было бы трудно понять. Манипулятивные ресурсы полезны для того, чтобы сочетать конкретный опыт математических понятий с их изобразительными представлениями. Игровые деньги, например, демонстрируют значения различных монет и показывают, что это не всегда связано с их размером. Понятие одной монеты, представляющей значение, большее по числу, влечёт за собой идею «один ко многим».

Изобразительные представления играют важную роль в развитии математического рассуждения, которое становится всё более формализованным. Цель состоит в установлении связи между физическими ресурсами и мысленным образом, диаграммой или моделью, которые отражают конкретные ресурсы и математические идеи. Рисование картинок или диаграмм помогает учащимся визуализировать и логически рассуждать при решени задач, чтобы лучше их понять. Изобразительные представления помогают учащимся представлять и объяснять свои собственные математические идеи другим.

Примером связи между конкретными и изобразительными представлениями является развитие алгебраического мышления, где ранняя алгебра не является алгеброй в традиционном смысле. Раннее алгебраическое мышление направлено на формирование понимания числа как обобщённого понятия, например, 6 яиц могут означать 6 любых предметов. Поиск пропущенных чисел в ранних вычислениях часто выражается числовыми уравнениями, такими как 5 + □ = 12, где пропущенное число обозначается объектом, например коробкой или вопросительным знаком. Числа могут быть представлены как однозначное количество объектов, например, пять пуговиц + □ = 12 пуговиц.

Изобразительные представления для отсутствующих чисел впоследствии приобретают более формализованный вид в виде букв. Изображения конкретных объектов, таких как пуговицы, превращаются в общие абстрактные числа в виде констант. Символ равенства также начинает обозначать баланс, при котором одна сторона равна другой. Изобразительно это можно показать в виде весов, где символ равенства служит точкой опоры.

На этапе изобразительного представления учащиеся используют диаграммы и изображения, которые часто отражают конкретный объект, например, 5 пуговиц для обозначения количества пуговиц или блок из 15 кирпичей для представления массива из 3 групп по 5.

Абстрактный этап предполагает использование символов для обозначения математических объектов, понятий, процессов и операций. На ранних абстрактных этапах используются символы, такие как +, -, × и ÷. Позже эти символы становятся всё более сложными, а диаграммы — более абстрактными. Переходы от конкретного к изобразительному и далее к абстрактному не являются отдельными этапами, поскольку они часто сочетаются для поддержки рассуждений, особенно при освоении таких понятий, как пропорциональность и алгебра.

Когда учащиеся осваивают новые или более сложные математические идеи, физические ресурсы в виде моделей и изобразительных представлений служат полезными опорами для развития более глубокого понимания и рассуждений. Учащиеся устанавливают связи между конкретными ресурсами, изобразительными представлениями и абстрактными концептуализациями, чтобы активно участвовать в математическом мышлении и деятельности.

Групповая работа учителя работает в группах 1 час

**Для первой группы : 1. Анализ учебного материала по КОА-подходу**

**Задание:**
Каждая группа получает тему из программы (например, сложение и вычитание, геометрические фигуры, время и т.д.).

- Определите, как можно представить эту тему на каждом из этапов КОА (конкретный, образный, абстрактный).
- Подготовьте небольшой план урока с использованием КОА-подхода.

**2группа: Разработка игровых и интерактивных заданий**

**Задание:**
В группе разработайте 2–3 задания или игры для учеников начальной школы, которые помогут закрепить определённый учебный материал (например, таблицу умножения, счет, время).

- Используйте конкретные предметы или визуальные материалы.
- Продумайте, как задание поддержит переход от конкретного к абстрактному.
- Обсудите, как можно адаптировать задания для разных уровней учеников.
- Представьте план группе, объясняя, почему выбрали именно такие формы подачи.

**3группа . Обсуждение и решение педагогических кейсов**

**Задание:**
Рассмотрите ситуацию из реальной практики: ученик не усваивает новую тему, теряет интерес, испытывает трудности.

- Обсудите возможные причины проблемы.
- Предложите, какие методы и приёмы (особенно из КОА-подхода) помогут помочь ученику.
- Представьте свои решения и обоснования группе.

## 4 группа . Совместное составление критериев оценки

**Задание:**
Обсудите в группе, как можно оценить успешность освоения темы с учетом КОА-подхода.

- Разработайте критерии для оценки знаний и умений учеников на конкретном этапе обучения (конкретный, образный, абстрактный).
- Предложите формы и методы оценки (наблюдение, тесты, проекты).
- Обсудите, как дать обратную связь детям.

## 5группа . Рефлексия и обмен опытом

**Задание:**
Поделитесь успешными практиками из своей работы, связанными с использованием КОА-подхода.

- Расскажите, какие методы лучше всего работают в вашей практике и почему.
- Обсудите трудности и пути их преодоления.
- Сделайте совместный вывод и запишите рекомендации для всей группы.

Дорогие коллеги!

Большое спасибо за вашу великолепную работу! Ваша энергия, творческий подход и готовность делиться опытом вдохновляют. Сегодня вы не просто работали — вы вместе творили, обсуждали и создавали то, что поможет детям учиться с радостью.

Желаю каждому из вас новых успехов, вдохновения и уверенности в том, что вы делаете великое дело!




**2-день**:

Здравствуйте, уважаемые коллеги!

Сегодня мы с вами погрузимся в очень важную и практикоориентированную тему — **Цикл статистического исследования**. Эта тема помогает не только понять, как использовать статистику в обучении, но и развивает у учеников навыки анализа, интерпретации данных и критического мышления.

**1. Введение в тему**

Прежде всего, давайте вспомним: **что такое статистика?**
Это не просто работа с числами. Это способ понять мир вокруг нас через сбор, анализ и интерпретацию данных.

На уроках математики, естественных наук и даже обществознания ученики сталкиваются с необходимостью собирать и анализировать информацию. Но как сделать этот процесс осознанным? В этом нам помогает **цикл статистического исследования**.

**2. Цель сессии**

Сегодня мы:

- познакомимся со стадиями статистического исследования;
- рассмотрим, как его можно использовать в учебном процессе;
- поработаем с практическими примерами;
- обсудим, как вовлечь учащихся в реальное исследование.

## 39-слайд: Этапы статистического исследования

Цикл включает **4 ключевых этапа**, которые можно легко запомнить:

1. **Формулирование вопроса**
   - Что мы хотим узнать?
   - Пример: «Сколько времени ученики тратят на домашнее задание?»
2. **Сбор данных**
   - Как мы будем собирать данные?
   - Методы: опрос, наблюдение, измерение.
3. **Анализ данных**
   - Как представить данные? Таблицы, диаграммы, графики.
   - Какие выводы можно сделать?
4. **Интерпретация и представление результатов**
   - Что означают результаты?
   - Как мы можем это объяснить другим?
   - Что бы мы сделали по-другому в следующий раз?

## Практическая часть

Сейчас я предложу вам пример задания, которое можно провести с учениками:

«Изучите, какие виды спорта популярны среди учеников вашего класса».

1. Сформулируйте вопрос.
2. Спланируйте способ сбора данных (например, анкетирование).
3. Соберите и представьте данные (в виде диаграмм).
4. Сделайте выводы и обсудите, почему получились такие результаты.

Работа в группах (в каждую группу выдается материалы )

## Задание 1. Анализ ситуации

**Цель:** Ознакомление с этапами статистического исследования.

**Инструкция:**
Прочитайте описание ситуации:

*"Учитель 5 класса хочет узнать, насколько учащиеся удовлетворены школьным питанием. Он проводит опрос и получает ответы от 25 учеников. Затем составляет таблицу, строит круговую диаграмму и обсуждает с классом полученные результаты."*

**Вопросы для обсуждения:**

1. Какой вопрос стал отправной точкой исследования?
2. Как был организован сбор данных?
3. Как данные были представлены?

4. Какие выводы можно сделать?
5. Какие стадии статистического цикла отражены в этом примере?

## Задание 2. Разработка исследования (в группах)

**Цель:** Освоение цикла через проектирование собственного исследования.

**Инструкция:**
Разделитесь на группы по 3–4 человека. Придумайте и спланируйте мини-исследование, которое могли бы провести ваши ученики.

**План исследования:**

1. **Формулировка вопроса:** Что вы хотите узнать?
2. **Сбор данных:** Каким образом будете собирать информацию?
3. **Анализ данных:** Как вы представите данные (таблица, диаграмма)?
4. **Интерпретация:** Какие возможные выводы?

## задание 3 . Применение в классе

**Цель:** Спланировать практическое задание для учеников.

**Инструкция:**
На основе сегодняшнего занятия разработайте небольшое задание по статистическому исследованию, которое можно использовать на ваших уроках. Укажите:

- Класс.
- Тему.
- Формулировку исследовательского вопроса.
- Форму сбора и представления данных.

**Пример:**
**Класс:** 4
**Тема:** Диаграммы
**Вопрос:** Сколько чашек чая пьют члены вашей семьи в день?
**Форма представления:** Столбчатая диаграмма.

## Задание 4. Критическая оценка

**Цель:** Развить умение видеть слабые и сильные стороны в учебных проектах.

**Инструкция:**
Вам предоставлен пример ученического проекта (в виде текста или слайда). В парах оцените:

1. Какие этапы цикла статистического исследования отражены?
2. Что можно улучшить? Например:
    - Ясность формулировки вопроса.
    - Способы сбора данных.
    - Полнота анализа и выводов.

41 слайд **Метод обучения В – В – О**

# 1. Воспроизведение

### Суть этапа:

На этом этапе учащиеся **вспоминают или воспроизводят** уже известные знания, понятия, навыки. Это фундамент для перехода к осмысленному обучению.

### Цели по Кембриджу:

- **Activate prior knowledge** — активизировать уже имеющийся опыт;
- Установить **связи с предыдущими темами**;
- Оценить **начальный уровень знаний** учащихся;
- Поддержать **метапознание**: "Что я уже знаю об этом?"

### Примеры заданий:

- Мозговой штурм: «Что вы уже знаете о…?»
- Таблица "Знаю – Хочу узнать – Узнал" (K-W-L)
- Картинки, ассоциации, быстрые опросы
- Обсуждение в парах: «Объясни соседу, что такое...»

# 2. Вовлечение

### Суть этапа:

Этот этап направлен на **пробуждение интереса, постановку проблем, вовлечение в активное изучение**, создание когнитивного конфликта.

### Цели по Кембриджу:

- **Motivate learners** — вызвать интерес и любопытство;
- Создать **ситуацию исследования / открытия**;
- Построить **контекст обучения**;
- Предложить **открытые вопросы или задачи**

### Примеры приёмов:

- «Вопрос без ответа»: «Почему луна меняет форму?»
- Манипулятивы, моделирование, реальные объекты
- Демонстрации, наблюдения, провокации
- Работа в парах или группах, обсуждение вариантов

# 3. Освоение (Acquisition / Application)

### Суть этапа:

Здесь учащиеся **формируют устойчивое понимание и навыки**, применяют знания в разных ситуациях, делают выводы, аргументируют и обобщают.

### Цели по Кембриджу:

- Углубить понимание через **практику и обсуждение**
- Применять знания в **новом контексте**
- Развивать **аналитическое и креативное мышление**
- Поддерживать **самостоятельность и уверенность**

### Примеры заданий:

- Решение задач в реальном контексте (real-world problems)
- Создание моделей, объяснение причин
- Составление и защита собственных выводов
- Использование методов B–B–O, DEAR, «6 шляп мышления»

# Обобщённая модель Cambridge-урока:

| Этап | Цель |
|---|---|
| **Воспроизведение** | Активировать прошлый опыт |
| **Вовлечение** | Пробудить интерес, поставить проблему |
| **Освоение** | Применить, закрепить, углубить |

# УРОК ПО ЭТАПАМ

### 1. Воспроизведение

**Цель:** актуализировать знания учеников о составе числа 10 и приёмах сложения.

**Методы и задания:**

- **Мозговой штурм:**
  Учитель спрашивает:
  — "Какие пары чисел в сумме дают 10?"
  Учащиеся по очереди называют: 7 + 3, 6 + 4 и т.д.
- **Игра "Цепочка чисел"**
  Ученики становятся в круг. Один ученик говорит число, следующий называет пару к 10 и т.д.
- **Краткое задание в тетради:**
  - Запишите все способы получить 10.
  - Какие пары вы запомнили легче всего?

*Кембриджский акцент:*
– активация **предыдущих знаний**
– **рефлексия**: “Что я уже знаю?”
– **устная математика** и повторение в игровой форме

---

## 2. Вовлечение

**Цель:** заинтересовать, ввести проблемную ситуацию, активизировать мышление.

**Методы и задания:**

- **Проблемная задача:**
  *"У Алины было 9 конфет. Она получила ещё 7. Сколько у неё теперь?"*
  Ученики **обсуждают в парах**: как посчитать? Удобно ли считать от 9 или лучше разложить 7?
- **Манипулятивы / счётные палочки:**
  – Дети работают с палочками или счётными кубиками, чтобы наглядно решить задачу.
  – Обсуждают:
    - Какие действия выполняли?
    - Был ли переход через 10?

*Кембриджский акцент:*
– **исследовательский подход**
– **визуальные и конкретные ресурсы (Concrete–Pictorial–Abstract)**
– развитие **математического мышления** (Thinking and Working Mathematically)

---

## 3. Освоение

**Цель:** закрепить и осмысленно применить приёмы сложения и вычитания с переходом через десяток.

**Методы и задания:**

- **Индивидуальные задания:**
  Реши примеры:
  9 + 6 = ?
  7 + 8 = ?
  15 – 7 = ?
  *Объясни, как ты думал. Использовал ли ты «дополнение до 10»?*
- **Парное задание "Проверь друга":**
  Один ученик решает, другой — проверяет и просит объяснить, как был получен ответ.
- **Групповая игра "Кто быстрее наберёт 20?":**
  В парах ученики бросают кубик, и прибавляют значения, используя стратегию сложения. Кто быстрее — тот победил.
- **Рефлексия:**
  – Что нового ты узнал?

– Как тебе помогли палочки/модели?
– Что было трудным, а что — лёгким?

*Кембриджский акцент:*
– **применение знаний в задачах и играх**
– **работа в парах / группах (collaborative learning)**
– **оценивание для обучения (Assessment for Learning)**
– развитие навыков: *explanation, reasoning, strategy use*

---

| Этап | Цель | Методы |
|---|---|---|
| **Воспроизведение** | Актуализация знаний | Устные упражнения, простые задания, игра |
| **Вовлечение** | Проблемное мышление, мотивация | Манипулятивы, обсуждение, наблюдение |
| **Освоение** | Применение, закрепление, объяснение | Задачи, работа в парах, рефлексия, игры |

Работа в группах : Составить план урока  по парам.